Новий цикл: Повторюємо кроки 11-15.
 Повторюємо кроки 1-16 для кожного з факто

17. Повторюємо кроки 1-16 для кожного з факторів впливу та кожного з показників стану екосистеми.

Висновки. Запропонований графоаналітичний метод дозволяє максимізувати самовідновлювальні властивості територій під час господарської діяльності, що, в свою чергу, суттєво економить кошти на природно-відновлювальні операції. Напрямком подальших досліджень є поширення запропонованої графоаналітичної процедури на багатовимірні еколого-економічні моделі.

## 3.5 Моделювання впливу енергетики на стан прибережної зони морської акваторії

Стрімкий розвиток енергоіндустрії і транспорту, загальна глобалізація формують сьогодні підвищений інтерес багатьох дослідників до питань екології і, зокрема, до проблеми обмінних процесів і перемішування рідин у суцільних середовищах. Ці наукові задачі безпосередньо пов'язані з питаннями еволюції і прогнозування розповсюдження скалярних полів (солоності, забруднень, планктону і ін.) в атмосфері, океані і знаходять сьогодні широке застосування в різних областях народного господарства, зокрема енергетики.

Теоретичне вивчення і аналіз процесів перемішування рідин зустрічає значні труднощі і в даний час фактично відсутній у зв'язку зі складністю опису реальної течії рідини. В кінці минулого століття дослідження<sup>9,10</sup> показали, що за певних умов ламінарні течії можуть приводити до інтенсивного перемішування. Сьогодні такі режими є предметом активного дослідження як з теоретичної, так і з експериментальної точок зору.

Перемішування є складним природним явищем, що включає різні механізми, два з яких найбільш важливі: розтягування виділеної рідини у зв'язку з наявністю поля швидкості, і дифузія у зв'язку з молекулярним рухом. Аналіз часових масштабів для обох механізмів перемішування дозволяє в деяких випадках нехтувати дифузійними ефектами, і проблема зводиться до аналізу процесів деформації виділених областей рідини в даному полі швидкості. Така задача в науковій літературі одержала

<sup>9</sup> Aref H. Stirring by chaotic advection / H.Aref // Journal of Fluid Mechanics. -1984. - Vol.143. - P.1-23.

<sup>10</sup> Ottino J.M. The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos and Transport / J.M.Ottino. – Cambridge: Cambridge University Press, 1989. – 364 p.

назву задача про адвекцію. Вона зводиться до аналізу траєкторій системи лагранжевих рідких частинок, що формують границі досліджуваної області, в ейлеровом полі швидкості. В деяких випадках незначна зміна в початкових умовах може привести до істотних змін в розвитку процесу адвекції. Така особливість течії рідини одержала назву хаотична адвекція<sup>11</sup>.

Швидкий технологічний розвиток в багатьох регіонах світу призводить до значних забруднень екологічних систем. У середині 1970-х рр. в багатьох країнах були підготовлені екологічні стандарти для різних видів промислових забруднень<sup>12</sup>. Останніми роками застосування супутникових знімків водних поверхонь і розробка нових детермінованих методів визначення полів швидкості течій з високою разрешимістю відкривають нові можливості застосування адвекції для отримання додаткової інформації про розподіл солоності, температури, забруднень, зоопланктону в світовому океані і в гирлах річок.

Особливе процеси адвекції значення мають при розповсюдженні хімічних з'єднань ватмосфері. Ці процеси яскраво ілюструються стабільним утворенням антарктичної озонової діри в зимовий період у південній півкулі<sup>13</sup> та горизонтальним переносом хімічних домішок в атмосфері тропічних широт. Перенос і перемішування в цих областях атмосфери управляється лагранжевим хаосом, що генерується великомасштабними вихровими структурами (масштабу сотень кілометрів і більше), на які накладається нестаціонарність розвитку атмосфери. Це, у свою чергу, приводить до неврегульованості траєкторії руху окремих локальних областей і до експоненціальної дисперсії їх траєкторій. Такі загальні закономірності процесів переносу скалярних полів знаходять своє віддзеркалення при вивченні аналогічних процесів меншого масштабу в атмосфері<sup>14</sup>: утворення граду, розвиток терміка після вибухів великої потужності, утворення застійних зон при обтіканні споруд, прогнозування

11 Мелешко В.В. Динамика вихревых структур / В.В.Мелешко, М.Ю. Константинов. – К.: Наукова думка, 1993. – 280 с.

12 Rehman S. Application of a one-dimensional planetary boundary layer model to the regional transport of pollutants - a case study / S.Rehman, T.Husain, T.O.Halawani // Atmospheric Research. – 1990. – Vol.25. – P.521-538.

13 Miller D.E. Observation of atmospheric ozone from an artificial earth satellite / D.E.Miller, K.H.Stewart // Proceedings of the Royal Society of London. – 1965. – Vol. A288. – P. 540-544.

14 Mashelkar R.A. Seamless chemical engineering science: the emerging paradigm / R.A.Mashelkar // Chemical Engineering Science. – 1995. – Vol.50, №1. – P.1-22.

погодних змін, розповсюдження викидів вулканів і промислових підприємств, а також забруднення після техногенних аварій. Хаотична адвекція, можливо, виконує істотну роль в проблемі глобальної зміни клімату.

Універсальність процесів адвекції стимулювала конструювання різних мікроканалів і нанопристроїв (клапани, насоси, міксери, паливні елементи), які за останні 10-20 років стали широко використовуватися в мікробіології і біосинтезі<sup>15</sup>. Оскільки рух рідини в мікроканалах відбувається при малих числах Рєйнольдса (Re << 1), такі мікроміксери здатні перемішувати високомолекулярні рідини, молекули яких не витримують великих зсувних напруг.

Течії з хаотичними режимами адвекції здатні значно підвищити процеси тепло- і масопереносу. Цей ефект представляє певний практичний інтерес для численних інженерних додатків, пов'язаних з устаткуванням для теплопередачі, охолоджування камер згорання і крил турбін в енергетиці. В таких пристроях ефективність адвекції і процесів теплопередачі не пов'язана безпосередньо з дисипацією енергії. Перспектива винаходу пристроів перемішування, заснованих на нових принципах, стимулює інтерес фахівців різних профілів у області адвекції рідин.

Відзначимо широке застосування адвекції при візуалізації різних течій рідини. Дим або пасивна фарба (у літературі відмічені рідкі частинки називають трасерамі або маркерами) часто використовується для візуальної ідентифікації різних структур при проведенні експериментів з плоскими і вісесиметричними вихровими структурами, течіями в трубах, струменях, міксерах і інших течіях.

Недавні експериментальні дослідження хаотичної адвекції в різних динамічних системах сформували певну парадигму для аналізу перемішування з універсальної точки зору. Сьогодні ця проблема в механіці рідини збагачена фундаментальними ідеями фізики, математики інших дисциплін природознавства. Універсальність процесів адвекції може використовуватися в різних дисциплінах і додатках, які охоплюють широкі геометричні (від планетарних порядка 10 м до мікроструктур порядка 10 м) і часові (від лазерних технологій порядка 10 с до геологічних порядка 10 с) масштаби. Сьогодні немає ніяких причин для того, щоб надалі цей діапазон не розширявся би в майбутньому.

<u>У</u> цьому підрозділі розглядається задача про адвекцію 15 Stroock A.D. Chaotic mixer for microchannel/A.D. Stroock, S.K. W. Dertinger, A. Adjari et al. // Science. – 2002. – Vol.295. – Р. 647-651. пасивної домішки морськими течіями в областях з складною геометрією в наближенні ідеальної нестисливої рідини. Нерідко активна і непослідовна діяльність людини на морі приводить до екологічних аварій, в результаті яких деякий об'єм шкідливих речовин потрапляє на морську поверхню. Саме у цей момент фахівцям 3 надзвичайних ситуацій необхідно терміново ухвалювати рішення по ліквідації наслідків. Необхілно щонайшвидше 1 точнише спрогнозувати розповсюдження забруднення. Часто десятки хвилин мають важливе значення для ухвалення ефективних рішень по ліквідації наслідків аварій і мінімізації можливих втрат, які їх супроводжують.

Більшість задач, пов'язаних із прогнозуванням розповсюдження забруднень, спирається на класичні методи розв'язку і вимагають значних обчислювальних ресурсів. Багато методів бере до уваги різні фізичні процеси, що відбуваються на морській поверхні. Це, у свою чергу, значно збільшує тривалість обчислень. Проте не завжди збільшення потужності обчислювальної техніки може привести до швидкого і успішного розв'язку задачі. Вельми актуальними в цих випадках є чисельні методи розв'язку, які після отримання необхідних даних для заданого морського регіону дозволяють в режимі, що випереджає реальний час, якісно спрогнозувати динаміку розповсюдження забруднення. З цих позицій розробка нових ефективних прогностичних методів і алгоритмів розрахунку динаміки морських забруднень представляє певний науковий і практичний інтерес.

Метод дискретних особливостей. Останнім часом в обчислювальній гідромеханіці знайшов широке застосування метод дискретних особливостей<sup>16</sup>. Основна ідея методу зводиться до формування на границях даної течії системи точкових вихорів, суперпозиція яких дозволяє апроксимувати реальну течію циркуляційною течією. У наближенні ідеальної рідини інтенсивність вихорів підбирається такій, щоб в деякому наборі контрольних точок (точки колокації) виконувалася гранична умова непротікання рідини через берегову лінію. В результаті формується система лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої дозволяє визначити інтенсивності вихорів. Слід помітити, що кількість вихорів і їх розміщення на границях області течії вибирає дослідник, слідуючи певним рекомендаціям<sup>17</sup>. Приклад розподілу функції току в

<sup>16</sup> Белоцерковский С.М. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях / С.М. Белоцерковский, И.К. Лифанов – М.: Наука, 1985. – 253с.

<sup>17</sup> Горелов Д.Н. К выбору контрольных точек в методе дискретных вихрей / Д.Н. Горелов // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1990. – №1. – С.167-170.

протоці, одержаного після розв'язку задачі методом дискретних особливостей, показаний на рисунку 3.9. Просторове положення системи точкових вихорів відмічене на рисунку кружечками, а система точок колокації, розташованих на береговій лінії між вихорами, відмічена квадратиками. Видно, що гранична умова в областях, прилеглих до точок колокації, в першому наближенні виконується. Навпаки, в областях, прилеглих до точкових вихорів, виконання граничних умов порушується. Проте, в багатьох прикладних задачах таке локальне невиконання граничної умови на границях не вносить істотних помилок при визначенні розподілу поля швидкості в областях, віддалених від границь на відстані більші, ніж міра дискретності задачі.



Рис. 3.9. Розподіл функції току в протоці після розв'язку задачі методом дискретних особливостей

Відомо<sup>18</sup>, що найінтенсивніші режими адвекції відбуваються якраз в областях, прилеглих до границь. Для досягнення гладкості розв'язку в областях, прилеглих до берегової лінії, необхідно зажадати виконання граничної умови на всій границі. Можна зробити припущення, що саме ця вимога обмежує застосування методу дискретних особливостей при моделюванні процесів переносу скалярних полів прибережними течіями.

Адаптивний метод дискретних особливостей до задач ад-

<sup>18</sup> Гуржий А.А. Режимы хаотического перемешивания жидкости в круге парой точечных вихрей / А.А. Гуржий, В.В. Мелешко, Г.Я.Ф. ван Хейст // в кн.: "Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей" (под ред. Борисова А.В. и др.). – М. Ижевск: Ин-т компьютерных исследований. 2003. – С.441-467.

векції. Розглянемо течію ідеальної нестисливої рідини в протоці, показаній в певному масштабі на рисунку 5.6, на вході якого заданий розподіл швидкості течії  $U_0(s)$ , де s – поперечна координата. Необхідно визначити розподіл поля швидкості в даній течії. В деяких випадках початковими даними може служити зріз глибин в поперечному перетині протоки і об'ємна витрата рідини в цьому перетині. Цих даних досить для того, щоб визначити профіль швидкості  $U_0(s)$  на вході протоки.

швидкості  $U_{0}(s)$  на вході протоки. Відомо<sup>19</sup>, що функція току течії рідини, яка наведена одиночним точковим вихором інтенсивності Г, розташованим в точці з координатами ( $X_{v}, Y_{v}$ ), визначається виразом:

$$\Psi(x, y) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \ln[(x_v - x)^2 + (y_v - y)^2] . \qquad (3.7)$$

Якщо в дану систему входять N точкових вихорів інтенсивності  $\Gamma_i$ , (i = 1, ..., N) то вираз для функції току є суперпозицією внесків з боку кожного з вихорів:

$$\Psi(x,y) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i \ln[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2], \qquad (3.8)$$

<u>де</u> ( $X_i$ ,  $Y_i$ ) – координати *i*-го точкового вихору.

Використовуючи зв'язок між функцією току і полем швидкості течії:

$$U(x, y) = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$$
,  $V(x, y) = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ , (3.9)

можна визначити значення проекцій швидкості течії в довільній точці.

Дана течія обмежена береговою лінією. Для задоволення граничної умови непротікання рідини в термінах функції току

$$\Psi(x,y)|_{s} = \text{const}$$
(3.10)

введемо систему N точок колокації і зажадаємо, щоб в цих точках значення функції току, наведені системою N точкових вихорів, були однакові на кожному з берегів протоки. Різниця в значеннях функції току на берегах визначається інтегралом

<sup>19</sup> Виля Г. Теория вихрей / Г. Вилля; пер. с фран. П.М.Гуменского. - М.-Л.: Гостехиздат, 1936. - 266с.

$$\Delta \Psi = \int_{0}^{h} U_{s} \, ds \,, \qquad (3.11)$$

де *h* – ширина протоки. Часто при проведенні розрахунків на од-

ному з берегів протоки вибирають  $\Psi^{(1)} = 0$ , тоді на іншому березі функція току приймає значення  $\Psi^{(2)} = \Delta \Psi$ .

Накладаючи умову рівності значень функції току в точках колокації, що належать кожному з берегів, одержуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих інтенсивностей  $\Gamma_i$  точкових вихорів

$$[\mathbf{A}_{j}]\Gamma_{i} = \Psi_{j} \quad , i, j=1,...N$$
(3.12)

де

$$[\mathbf{A}_{j}] = -\frac{1}{4\pi} \ln[(x_{i} - x_{j})^{2} + (y_{i} - y_{j})^{2}]$$

тут  $\Psi_i$  – значення функції току в *j*-й точці колокації.

Важливим кроком при проведении обчислень з використанням методу дискретних особливостей є вибір просторового положення точкових вихорів і точок колокації. Вдалий вибір визначає успіх розв'язку задачі. Кількість точок колокації залежить від ізрізаності берегової лінії даного регіону. Слідуючи<sup>20</sup>, нагадаємо рекомендацію при виборі відстаней між точками колокації: чим менше радіус кривизни берегової лінії, тим частіше повинні розколокації. В цьому ташовуватися точки випадку метод дискретних особливостей дозволяє із заданою погрішністю побудувати криволінійну берегову лінію, яка може містити різні виступи, затоки, протоки і штучні споруди. Погрішність розв'язку краєвої задачі поблизу границь залежить від точності апроксимації границі.

Для забезпечення гладкості розподілу поля швидкості біля кордону течії в даному чисельному методі пропонується змістити положення точкових вихорів на відстань  $\Delta$  углиб берегової лінії. На рисунку 3.10 показаний приклад розташування системи точок колокації (квадратики) і системи точкових вихорів (кружечки) на фрагменті берегової лінії. Кожен вихор, розташований на прямій

<sup>20</sup> Горелов Д.Н. К выбору контрольных точек в методе дискретных вихрей / Д.Н. Горелов // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1990. – №1. – С.167-170.

AD – перпендикуляр до дотичної BC з границею течії, на відстані  $\Delta$  від точки колокації А.

Відомо<sup>21</sup>, що зменшення зміщення  $\Delta$  приводить до погіршення виконання граничної умови на береговій лінії, особливо в області, рівновіддаленій від точок колокації. Присвоєння  $\Delta$  великого значення в порівнянні з відстанями між точками колокації призводить до того, що система алгебраїчних рівнянь (3.12) стає виродженою і чисельний її розв'язок стає проблематичним, вимагає застосування спеціальних методів розв'язку. Існує оптимальне значення  $\Delta$  для заданої системи точок колокації, яке може бути визначене з умови мінімуму числа обумовленості системи алгебраїчних рівнянь (3.12).



Рис. 3.10. Схема розташування точкових вихорів і точок колокації уздовж берегової лінії

У чисельних методах<sup>22</sup> під числом С обумовленості розуміють

<sup>21</sup> Горелов Д.Н. К выбору контрольных точек в методе дискретных вихрей / Д.Н. Горелов // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1990. – №1. – С.167-170.

<sup>22</sup> Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж.Форсайт., М.Малкольм, К.Коулер; пер. с англ. Х.Д.Икрамова. – М.: Мир, 1980. – 210 с.

число, яке дозволяє оцінити точність чисельного розв'язку лінійної системи алгебраїчних рівнянь

$$[\mathbf{A}]\mathbf{x} = \mathbf{b}, \qquad (3.13)$$

залежно від точності представлення вектора правих частин. Для будь-якої невиродженої матриці [А] число обумовленості є

$$C = Cond[\mathbf{A}] = \left\| \mathbf{A} \right\| \cdot \left\| \mathbf{A}^{-1} \right\|$$
(3.14)

При цьому справедлива рівність

$$\frac{|\delta \mathbf{x}|}{|\mathbf{x}|} \le \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\| \cdot \frac{|\delta \mathbf{b}|}{|\mathbf{b}|} \qquad (3.15)$$

Якщо в (3.15) відношення  $|\delta \mathbf{b}|/|\mathbf{b}|$  інтерпретувати як міру відносної невизначеності вектора правих частин (для дійсних чисел з подвійною точністю маємо  $\approx 0^{-\mathfrak{D}} \dots 0^{-6}$ ), то добуток *Cond*· $|\delta \mathbf{b}|/|\mathbf{b}|$  визначає обмеження зверху відносної невизначеності вектора розв'язку  $|\delta \mathbf{x}|/|\mathbf{x}|$ .

На рисунку 3.11 показана залежність числа обумовленості  $C = Cond \cdot [\mathbf{A}]$  від зміщення вихорів для системи алгебраїчних рівнянь (3.12), складеної для точок колокації на рисунку 3.9. Видно, що залежність має мінімальне значення при  $\Delta \approx 0.3$ , при якому чисельний розв'язок (3.12) досягається з найбільшою точністю.

Значення  $\Gamma_i$ , де i=1,...,N, одержані після розв'язку системи (3.12), дозволяють визначити по формулі (3.8) розподіл функції току  $\Psi(x, y)$  в даній протоці. Результати обчислень показані на рисунку 3.12, на якому нанесені лінії рівного значення функції току по аналогії з рисунком 3.9. Видно, що лінії току плавно огинають границі протоки, що свідчить про виконання граничної умови (3.10). Збіг крайніх ліній току з границями області течії дозволяє забезпечити умову непроникності одночасно в усіх точках береговій лінії протоки.









Берегова лінія може містити гострі виступи, при обтіканні яких морські течії можуть формувати великомасштабні вихрові структури, що зриваються. Пропонована обчислювальна модель дозволяє враховувати формування і відрив таких вихорів. Для цього достатньо на виступі помістити додаткову точку колокації, відмічену індексом N+1 на рисунку 3.10, і вихор інтенсивності  $\Gamma_{N+1}$ , віддалений від виступу на відстань  $\delta$ . Цей вихор в даній течії може переміщатися, але значення його інтенсивності підбирається таким, щоб наведене значення функції току в (N+1)-ой точці колокації мало рівне значення по відношенню до інших точок колокації на даній береговій лінії.

Переміщення вихору приводить до зміни відстані від вихору до відповідної йому точки колокації. Зміна цієї відстані приводить до зміни інтенсивності вихору. Як тільки відстань між рухомим вихором і відповідною йому точкою колокації перевищить деяке значення  $O_{\sigma}$ , в дану систему вноситься (N+2)-й вихор в початкову точку, яка використовувалася для (N+1)-го вихору. При цьому значення інтенсивності вихору, що віддалився, фіксується. Внесок рухомих вихорів в лінійній алгебраїчній системі (3.12) необхідно враховувати із знаком мінус в правій частині рівнянь. Рухомі системи вихорів часто використовуються в обчислювальних методах, докладний огляд яких можна знайти в<sup>23</sup>.

Для того, щоб рухомі вихори не вносили істотних збуджень в полі швидкості в областях, прилеглих до вихорів, можна замість точкових вихорів розглядати вихор з розподіленим полем завихореності. З обчислювальної точки зору зручно використовувати вихори Ренкіна. Область завихореності такого вихору сконцентрована в круговій області радіусу а, набагато меншого характерного розміру задачі. При цьому полі функції току вихору Ренкіна інтенсивності Г, розташованого в точці (  $x_v, y_v$ ), визначається виразом<sup>24</sup>:

$$\Psi(x,y) = \begin{cases} -\frac{\Gamma}{4\pi} \left[ \frac{r^2}{a^2} - 1 + 2h \ a \right], & r \le a \\ (3.16) \left\{ -\frac{\Gamma}{2\pi} h \ r, & r > a \end{cases} \right\}, \quad r \le a$$

де 
$$r^2 = (x_v - x)^2 + (y_v - y)^2$$
.

У реальних течіях інтенсивність вихорів, що відірвалися від берегової лінії, з часом зменшується. При проведенні обчислень можна взяти до уваги дисипацію вихорів, що відірвалися у момент  $t_0$  від виступу берегової лінії. При цьому інтенсивність великомасштабних вихрових структур міняється в часі по експоненціальному закону<sup>25</sup>.

Для визначення розподілу поля функції току в протоці з складною конфігурацією берегової лінії необхідно вибрати систему *N* точок колокації, кожній з яких у відповідність необхідно поставити точковий вихор, зміщений від берегової лінії на відстань  $\Delta$ . Якщо

<sup>23</sup> Белоцерковский С.М. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях / С.М. Белоцерковский, И.К. Лифанов – М.: Наука, 1985. – 253с.

<sup>24</sup> Виля Г. Теория вихрей / Г.Вилля; пер. с фран. П.М.Гуменского. - М.-Л.: Гостехиздат, 1936. - 266с.

<sup>25</sup> Ламб Г. Гидродинамика / Г.Ламб; пер. с англ. А.В.Гермогенова и В.А.Кудрявцева. – М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. – 929 с.

берегова лінія має M виступів, то необхідно додати в дану систему ще M точок колокації, кожній з яких ставиться у відповідність рухомий вихор Ренкіна, зміщений у бік моря від берегової лінії на відстань O. Інтенсивності вихорів визначаються з розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{j} \end{bmatrix} \Gamma_{i} = 4\pi \Psi_{j} + \sum_{k=1}^{K} \Gamma_{k} \ln[(x_{k} - x_{i})^{2} + (y_{k} - y_{i})^{2}],$$
  
*i*,*j* = 1, ..., N,N+1, ..., N+M,  

$$\exists \mathbf{A}_{j} = -\frac{1}{4\pi} \ln[(x_{i} - x_{j})^{2} + (y_{i} - y_{j})^{2}],$$
  

$$\Gamma_{k} = \Gamma_{k}^{0} \exp[-\alpha(t - t_{k})].$$
(3.17)

У приведеному виразі N – кількість фіксованих точкових вихорів, M – кількість рухомих вихорів Ренкіна, розташованих у берегової лінії, К – кількість вихорів Ренкіна, що відірвалися від виступів, розташованих в середній частині течії, t – момент часу, при якому вихор Ренкіна відірвався від виступу берегової лінії,  $\Gamma_k^0$  - інтенсивність вихорів Ренкіна у момент відриву,  $\alpha$  – показник дисипації інтенсивності рухомих вихорів.

Розподіл функції току визначається підсумовуванням внесків кожного з вихорів в даній системі

$$\Psi(x,y) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N+M} \Gamma_i \ln[(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2] + \sum_{k=1}^{K} \Psi_k^* , \quad (3.18)$$

де 
$$\Psi_k^*(x, y) = \begin{cases} -\frac{\Gamma}{4\pi} \left[ \frac{r_k^2}{a^2} - 1 + 2h \ a \right], & r_k \le a \\ -\frac{\Gamma}{2\pi} h \ r_k, & r_k > a \end{cases}$$
 (3.19)

 $r_k^2 = (x_k - x)^2 + (y_k - y)^2$ 

Подальше диференціювання виразів (3.18) по координатах відповідно до (3.9) дозволяє визначити розподіл поля швидкості течії рідини в довільній точці даної протоки.

Адвекція пасивної домішки двовимірними течіями. Розглянемо процес адвекції пасивної домішки в протоці, берегова лінія якої показана в деякому масштабі на рисунку 5.12, а. Напрям течії в протоці вказаний на рисунку стрілкою. У протоці є острів, його контури в більшому масштабі показані на рисунку 5.12, б. Пронормуємо всі параметри задачі на деякий характерний розмір L, пов'язаний з масштабом карти, і на характерний інтервал часу T<sup>0</sup>, протягом якого розвивається течія. В цьому випадку всі швидкості пронормуємо на величину L / T, а інтенсивності вихорів – на  $L_0^2 / T_0$ .

Для опису берегової лінії введемо систему N=63 точок колокації, які показані квадратиками на рисунку 3.13. При цьому 20 точок розташовані на північному березі протоки, 18 точок формують південний берег, і 25 відведені для формування берегової лінії острова. Напроти кожної точки колокації розміщуємо точковий вихор інтенсивності  $\Gamma_i$ , (i=1,...,63). Кожен вихор розміщуються на прямій, перпендикулярній до дотичної для берегової лінії, побудованої в точці колокації. Відстань  $\Delta_i$  між вихорами і відповідними точками колокації вибиралася з умови мінімуму числа обумовленості (3.14) лінійної системи алгебраїчних рівнянь (3.12).

На рисунку 3.13,а видно, що берегова лінія має чотири виступи: поодинці – на північному і південному побережжі протоки, і два – на острові. На цих виступах поміщаємо додаткові 4 точки колокації і 4 вихори Ренкіна інтенсивності  $\Gamma_m$  з ядром завихореності, сконцентрованим в круговій області радіусу a=0.02. Ці вихори відмічені на малюнках порожнистими кружечками.

Видно, що течія рідини розділяється островом приблизно на рівних по об'ємній витраті потоків, які обтікають острів з північної і південної сторін.

В цьому випадку можна визначити значення функції току в точках колокації на береговій лінії острова відповідно до рисунка 3.13.

Розподіл функції току в протоці, одержаний після розв'язку лінійної системи алгебраїчних рівнянь (3.17), показаний на рисунку 3.13,а, на якому нанесені лінії рівного рівня з еквідістантним кроком  $\Delta \Psi = 0.10$  (на рисунку 3.13,6 лінії рівня показані з  $\Delta \Psi = 0.05$ ). Видно, що граничні лінії току повторюють контур берегової лінії даної протоки, отже, гранична умова (3.10) виконується уздовж всієї берегової лінії.



Рис. 3.13. Розподіл функції току в течії з береговою лінією, яка містить систему фіксованих і рухомих вихрових структур: а – загальний вид протоки, б – область, прилегла до острова

Нехай в деякий момент часу на вході протоки з'явилося забруднення. Припустимо, що границя цієї області в початковий момент є круг з радіусом  $R_0=0.4$  з центром в точці, показаній на рисунку 3.14,а.

Для відстежування динаміки процесу адвекції пасивного контура, що охоплює область забруднення в даній течії, введемо систему  $N_m = 180$  маркерів. Впорядковане з'єднання маркерів дозволяє сформувати початкову границю області забруднення, яка виділена чорним кольором на рисунку 3.14,а. Дослідження показують, що при адвекції траєкторії рідких частинок проявляють сильну залежність від свого початкового положення. В результаті відстань між двома найближчими маркерами може сильно збільшуватися. Тому для формування безперервної лінії, що описує межі області забруднення, необхідно в процесі обчислень постійно додавати певну кількість маркерів.

Для організації процедури додавання маркерів в роботі

використовувався метод шматкової сплайн-інтерполяції<sup>26</sup>. Цей чисельний метод аналізує деформацію контура і, при необхідності, додає потрібну кількість маркерів, щоб відстані між сусідніми маркерами, що формують безперервний контур, зберігалися в межах заданого діапазону відстаней між маркерами.



Рис. 3.14. Розповсюдження плями пасивного забруднення, спочатку , розташованого на вході протоки, з часом: a - t=0.0,  $\delta - t=0.4$ b - t=1.0, c - t=1.5, d - t=2.0, e - t=3.0

Результати моделювання процесу адвекції пасивної домішки в протоці представлено на рисунку 3.14,6-е. На початковому етапі пляма домішки достатньо швидко зміщується до перетину з

<sup>26</sup> Гуржій О.А. Метод кускової сплайн - інтерполяції в задачі про адвекцію пасивної домішки у відомому полі швидкості / О.А.Гуржій, В.В.Мелешко, Г.Я.Ф. ван Хейст // Доповіді НАН України. – 1996. – N8 – С.54-62.

виступами, з яких сходить послідовність великомасштабних вихрових структур. Ці вихори закручуються відповідно до знаку циркуляції, частково зменшуючи ефективний переріз каналу для пасивної домішки рисунку 3.14,6. До безрозмірного моменту часу t=1.0 домішка досягає острова, розділяється приблизно на дві рівні частини, які обтікають острів з обох боків, рисунок 3.14,в. Розрахунки показують, що на початковому етапі рухомі вихрові структури, утворені на виступах в даній протоці, роблять незначний вплив на розповсюдження забруднення в каналі.

Дослідження показують, що пасивна домішка, яка потрапила в південну частину острова, попадає під вплив великомасштабних вихрових структур і піддається інтенсивному перемішуванню з чистою рідиною. Положення рухомих вихорів і забруднення у момент часу t=1.5 показано на рисунку з індексом "г". З часом домішка зміщується в тильну область острова, поступово відривається від острова і зноситься течією до гирла протоки. Слід звернути увагу, що забруднення, яке обтікає острів з північної сторони, не бере участь в інтенсивному перемішуванні, не дивлячись на те, що пасивна рідина знаходиться в безпосередній близькості до системи великомасштабних вихрових структур, утворених в північній частині острова. Характерне положення пасивної домішки в безрозмірний момент часу t=2.0 представлено на рисунку 3.14,д.

Фінальна стадія адвекції в даній протоці показана на рисунку 3.14,е. Видно, що забруднення в протоці розділяється на дві частини. Північна частина зноситься течією і практично не перемішується з навколишньою рідиною. З другого боку, південна частина забруднення піддається інтенсивному перемішуванню в східній частині острова. У цю область течії зноситься система великомасштабних вихрових структур, в полі швидкості яких наступає режим інтенсивної адвекції.

Адвекція рідини в морській протоці. Структура потоків і гідрологічних процесів в морських протоках, фіордах і затоках залежить від параметрів основних океанічних і морських течій, кліматичних умов і особливостей берегової лінії. Добре відомо, що зміна берегової лінії в результаті людської діяльності може приводити до істотних змін основних потоків в даних регіонах. Будівництво греблі (2003), що сполучає Таманській півострів з островом Тузла в Керченській протоці, – це яскравий приклад технологічного впливу на глобальну зміну потоку рідини і гідрологічні умови в протоці (рис. 3.15). Зростання швидкості потоку в регіоні фарватеру приводить до небезпечних тенденцій появи в гідрології Керченської протоки, підвищення небезпеки судноплавства у фарватері протоки при погіршенні погодних умов. Недавній крах (11 листопада, 2007) танкера "Волганефть-139" в Керченській протоці привів до екологічної катастрофи, в результаті якої більш ніж 1300 т сирої нафти вилилося на поверхню моря.



Рис. 3.15. Супутниковий знімок Керченської протоки

Помістимо в початковий мо мент на морській поверхні перед входом в Керченську протоку пляму забруднення у вигляді круга радіусу R=0.4 з центром в точці з координатами  $x_c = 0.0$ ,  $y_c = 2.0$ , як показано на рисунку 3.16.

На початковому етапі процесу адвекції виділеної рідини на поверхні протоки відбувається поступове залучення виділеної рідини в основну течію у області фарватеру Керченської протоки (рис. 3.16,б).

При цьому виділена рідина витягується у напрямі протоки. Слід звернути увагу на систему локалізованих вихрових структур, утворених на виступах берегової лінії. З часом виділена рідина досягає південного краю Таманської коси (рис. 3.16,в), витягнувшись в тонку довгу смугу під впливом системи великомасштабних вихорів, що сходять з виступу у м.Керч і південного краю Таманської коси.



Рис. 3.16. Розповсюдження плями забруднення на поверхні Керченської протоки з часом: a – t=0.0, б – t=0.5, в – t=1.0, г – t=1.5

Проте наближення виділеної рідини до о.Тузла істотно пригальмовує її просування уздовж Керченської протоки. Біля північного узбережжя о.Тузла починає формуватися каплеподібна область виділеної рідини, яка поступово наближається до острова. Положення виділеної рідини в характерний момент t=1.5 показаний на рисунку 3.16 (продовження), г.

Проте до моменту часу t=2.0 (рис. 3.16,д) виділена рідина починає обтікати о. Тузла. При цьому одна частина проходить між островом і Керченським півостровом, а інша частина прямує уздовж північного берега острова у напрямі до штучно зведеної греблі з боку Таманського півострова. Слід звернути увагу на те, що послідовність великомасштабних вихорів, утворена в протоці до цього моменту, утворює непроникаючу для виділеної рідини лінію.



Рис. 3.16 (продовження) Розповсюдження плями забруднення на поверхні Керченської протоки з часом: д-t=2.0, e-t=2.5, ж-t=3.0, з-t=3.5

Цей сценарій процесу адвекції триває до моменту t=2.5, показаному на рисунку 3.16,е. Виділена рідина розділилася приблизно на дві частини, які обтікають о.Тузла з протилежних сторін. При цьому частина рідини з північного узбережжя острова попадає під вплив сильної вихрової течії між о.Тузла і греблею на Таманському півострові (рис. 3.16,ж).

З часом можна чітко помітити достатньо регулярну структуру виділеної рідини, яка огнула о. Тузла із західної сторони і хаотичну, нерегулярну структуру виділеної рідини, яка протекла між островом і штучною греблею з боку Таманського півострова.

Положення виділеної рідини у момент *t*=3.5 показаний на рисунку 3.16, видно, що велика частина виділеної рідини розповсюджується уздовж південного узбережжя Таманського півострова. Висновки. Розглянута задача про двомірну адвекцію пасивної домішки морськими течіями з довільними границями. Чисельний розв'язок задачі засновано на методі дискретних особливостей, адаптованому до двомірних задач адвекції. Пропонований адаптований метод передбачає попередню оцифровку берегової лінії морського регіону. Для цього вводиться послідовність контрольних точок (точок колокації), частота розміщення яких визначається радіусом кривизни берегової лінії. Кожній точці колокації у відповідність ставиться точковий вихор, інтенсивність якого визначається з умови непротікання рідини в точках колокації. Головною особливістю пропонованого обчислювального методу є зміщення системи вихорів від берегової лінії углиб берегової лінії. При цьому зникають сингулярності поля швидкості в безпосередній близькості до границь течії.

Проте таке зміщення призводить до того, що лінійна система алгебраїчних рівнянь, яка сформована для визначення інтенсивностей точкових вихорів, погіршується за рахунок того, що головна діагональ системи алгебраїчних рівнянь не є переважаючою. Чисельний розв'язок таких систем рівнянь вимагає обчислювальної акуратності і відповідного контролю точності обчислень. Дослідження показали, що існує оптимальне зміщення системи точкових вихорів, при якому число обумовленості системи алгебраїчних рівнянь має мінімум і, отже, точність визначення значень інтенсивностей системи точкових вихорів є максимальною.

Модифікований метод дискретних особливостей дозволяє взяти до уваги процеси відриву великомасштабних вихрових структур при обтіканні виступів берегової лінії морськими течіями. Для цього вводиться система додаткових точок колокації і система рухомих вихрових структур. При видаленні таких вихорів від виступів інтенсивність вихорів фіксується, і в дану течію знову вводяться додаткові вихори, які знову розташовуються у виступів берегової лінії. Дослідження показують, що в якості рухомих вихорів зручно використовувати вихори Ренкіна, які не мають сингулярності в наведеному полі швидкості.

Як демонстраційний приклад розглянуто розв'язок задачі про адвекцію пасивної домішки морською течією в протоці, берегова лінія якої представлена в певному масштабі на рисунку 3.13. Дослідження показують, що течія в даній протоці розділяє виділену область пасивної домішки приблизно на дві рівні частини, одна з яких зноситься течією в північній частині острова, а інша – у південній частині. Північна частина слабо переміщується течією в протоці, не дивлячись на те, що ця частина домішки проходить поряд з системою рухомих вихорів, сформованих на виступах берегової лінії. З іншого боку, південна частина домішки потрапляє в зону інтенсивного перемішування в тильній зоні острова, в яку потрапляють рухомі вихори, сформовані з південного виступу острова.

Відзначимо, що розрахунки, засновані на адаптованому методі дискретних особливостей, проходять в режимі, який значно перевищує режим реального часу. Попередні результати адвекції, одержані вказаним вище методом, можуть надати істотну допомогу при формуванні рішень по ліквідації наслідків екологічних аварій в безпосередній близькості до берегових ліній на морі і в океані.

## 3.6 Моделі прогнозування впливу АЕС на навколишнє природне середовище

Актуальність. Атомні станції при експлуатації здійснюють тепловий, радіаційний і хімічний вплив на навколишнє середовище. Викиди станцій можуть бути як постійні, контрольовані, так і аварійні. В атмосферу потрапляють газові й аерозольні забруднювачі, у водойми і грунтові води — рідкі скиди, в яких шкідливі домішки наявні у вигляді розчинів чи дрібнодисперсних сумішей. Технологічні води, які містять різноманітні хімічні токсичні речовини (солі важких металів: міді, нікелю, цинку, заліза, марганцю, свинцю, кадмію, кобальту) й радіоактивні компоненти (здебільшого окис тритію-3), потрапляючи із ставка-охолоджувача в поверхневі й грунтові води, негативно впливають на флору й фауну навколишніх екосистем. Атомними станціями також можуть виділятися радіоізотопи, основна кількість яких мігрує водним шляхом. У повітря під час запроектних аварій потрапляють інертні радіоактивні гази, молекулярний йод і органічні сполуки йоду, цезій-134, -137. Градирні й ставки-охолоджувачі, які є потужними джерелами тепла й вологи, значно впливають на зміну мікроклімату. Вітер переносить пилюку й випари на далекі відстані і, залежно від пори року, у різних напрямках. Під впливом постійних чи аварійних дій атомних станцій, а також інших техногенних навантажень відбувається еволюція навколишніх екосистем у часі, накопичуються й закріплюються зміни станів динамічної рівноваги. Навіть незначне, але постійне радіаційне опромінення призводить до втрати популяцій, до зсувів екологічної рівноваги чи життєвих циклів компонент екосистем.